

Billet n° 14

Exercice 1:

En informatique, on appelle octet une liste de 8 éléments pris dans l'ensemble $\{0,1\}$ (exemple d'octet: 00110011). Montrer qu'il y a:

- a) C_4^2 octets se terminant par 1000.
- b) 2^5 octets se terminant par 100.
- c) C_5^2 octets commençant par 100.

Questions complémentaires:

Montrer qu'il y a:

- a) $5! \cdot 2^5$ octets contenant 100 (remarque: 10101111 ne contient pas 100);
- b) $4!$ octets contenant exactement quatre 0.

Exercice 2:

On considère la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie, pour tout entier naturel n non nul, par:

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}.$$

- a) Montrer que l'on a: $\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n = \frac{n+1}{2n}$.
- b) Montrer que: $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq S_n \leq \frac{1}{2}$.
- c) Montrer que la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est croissante et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 0$.